

第十五届蓝桥杯大赛软件赛省赛

C/C++ 大学 A 组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不要追求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

注意：main 函数结束必须返回 0。

注意：所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

试题 A：艺术与篮球

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝出生在一个艺术与运动并重的家庭中。

妈妈是位书法家，她希望小蓝能通过练习书法，继承她的艺术天赋，并练就一手好字。爸爸是一名篮球教练，他希望小蓝能通过篮球锻炼身体，培养运动的激情和团队合作的精神。

为了既满足妈妈的期望，又不辜负爸爸的心意，小蓝决定根据日期的笔画数来安排自己的练习。首先，他会将当天的日期按照“YYYYMMDD”的格式转换为一个 8 位数，然后将这 8 位数对应到汉字上，计算这些汉字的总笔画数。如果总笔画数超过 50，他就去练习篮球；如果总笔画数不超过 50，他就去练习书法。

例如，在 2024 年 1 月 1 日这天，日期可表示为一个 8 位数字 20240101，其转换为汉字是“二零二四零一零一”。日期的总笔画数为 $2 + 13 + 2 + 5 + 13 + 1 + 13 + 1 = 50$ ，因此在这天，小蓝会去练习书法。

以下是汉字的笔画数对照表：

汉字	笔画数	汉字	笔画数
零	13	五	4
一	1	六	4
二	2	七	2
三	3	八	2
四	5	九	2

现在，请你帮助小蓝统计一下，在 2000 年 1 月 1 日到 2024 年 4 月 13 日这段时间内，小蓝有多少天是在练习篮球？

【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 五子棋对弈

本题总分：5 分

【试题背景】

“在五子棋的对弈中，友谊的小船说翻就翻？”不！对小蓝和小桥来说，五子棋不仅是棋盘上的较量，更是心与心之间的沟通。这两位挚友秉承着“友谊第一，比赛第二”的宗旨，决定在一块 5×5 的棋盘上，用黑白两色的棋子来决出胜负。但他们又都不忍心让对方失落，于是决定用一场和棋（平局）作为彼此友谊的见证。

比赛遵循以下规则：

1. **棋盘规模：**比赛在一个 5×5 的方格棋盘上进行，共有 25 个格子供下棋使用。
2. **棋子类型：**两种棋子，黑棋与白棋，代表双方。小蓝持白棋，小桥持黑棋。
3. **先手规则：**白棋（小蓝）具有先手优势，即在棋盘空白时率先落子（下棋）。
4. **轮流落子：**玩家们交替在棋盘上放置各自的棋子，每次仅放置一枚。
5. **胜利条件：**率先在横线、竖线或斜线上形成连续的五个同色棋子的一方获胜。
6. **平局条件：**当所有 25 个棋盘格都被下满棋子，而未决出胜负时，游戏以平局告终。

在这一设定下，小蓝和小桥想知道，有多少种不同的棋局情况（终局不同看成不同情况，终局相同而落子顺序不同看成同一种情况），既确保棋盘下满又保证比赛结果为平局。

【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 训练士兵

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

在蓝桥王国中, 有 n 名士兵, 这些士兵需要接受一系列特殊的训练, 以提升他们的战斗技能。对于第 i 名士兵来说, 进行一次训练所需的成本为 p_i 枚金币, 而要想成为顶尖战士, 他至少需要进行 c_i 次训练。

为了确保训练的高效性, 王国推出了一种组团训练的方案。该方案包含每位士兵所需的一次训练, 且总共只需支付 S 枚金币 (组团训练方案可以多次购买, 即士兵可以进行多次组团训练)。

作为训练指挥官, 请你计算出最少需要花费多少金币, 才能使得所有的士兵都成为顶尖战士?

【输入格式】

输入的第一行包含两个整数 n 和 S , 用一个空格分隔, 表示士兵的数量和进行一次组团训练所需的金币数。

接下来的 n 行, 每行包含两个整数 p_i 和 c_i , 用一个空格分隔, 表示第 i 名士兵进行一次训练的金币成本和要成为顶尖战士所需的训练次数。

【输出格式】

输出一行包含一个整数, 表示使所有士兵成为顶尖战士所需的最少金币数。

【样例输入】

```
3 6
5 2
2 4
3 2
```

【样例输出】

16

【样例说明】

花费金币最少的训练方式为：进行 2 次组团训练，花费 $2 \times 6 = 12$ 枚金币，此时士兵 1, 3 已成为顶尖战士；再花费 4 枚金币，让士兵 2 进行两次训练，成为顶尖战士。总花费为 $12 + 4 = 16$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10^3$ ， $1 \leq p_i, c_i \leq 10^5$ ， $1 \leq S \leq 10^7$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^5$ ， $1 \leq p_i, c_i \leq 10^6$ ， $1 \leq S \leq 10^{10}$ 。

试题 D: 团建

时间限制: 3.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

小蓝正在和朋友们团建，有一个游戏项目需要两人合作，两个人分别拿到一棵大小为 n 和 m 的树，树上的每个结点上有一个正整数权值。

两个人需要从各自树的根结点 1 出发走向某个叶结点，从根到这个叶结点的路径上经过的所有结点上的权值构成了一个正整数序列，两人的序列的最长公共前缀即为他们的得分。给出两棵树，请计算两个人最多的得分是多少。

【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数 n, m ，用一个空格分隔。

第二行包含 n 个正整数 c_1, c_2, \dots, c_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔，其中 c_i 表示第一棵树结点 i 上的权值。

第三行包含 m 个正整数 d_1, d_2, \dots, d_m ，相邻整数之间使用一个空格分隔，其中 d_i 表示第二棵树结点 i 上的权值。

接下来 $n - 1$ 行，每行包含两个正整数 u_i, v_i 表示第一棵树中包含一条 u_i 和 v_i 之间的边。

接下来 $m - 1$ 行，每行包含两个正整数 p_i, q_i 表示第二棵树中包含一条 p_i 和 q_i 之间的边。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
2 2
10 20
10 30
```

1 2

2 1

【样例输出】

1

【样例说明】

两个序列可以为 $[10, 20]$, $[10, 30]$, 最大前缀为 1 ;

【样例输入】

5 4

10 20 30 40 50

10 40 20 30

1 2

1 3

2 4

3 5

1 2

1 3

3 4

【样例输出】

2

【样例说明】

两个序列可以为 $[10, 20, 40]$, $[10, 20, 30]$, 最大前缀为 2 。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例, $1 \leq n, m \leq 500$;

对于所有评测用例, $1 \leq n, m \leq 2 \times 10^5$, $1 \leq c_i, d_i \leq 10^8$, $1 \leq u_i, v_i \leq n$, $1 \leq p_i, q_i \leq m$, 对于任意结点, 其儿子结点的权重互不相同。

试题 E: 成绩统计

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝的班上有 n 个人，一次考试之后小蓝想统计同学们的成绩，第 i 名同学的成绩为 a_i 。当小蓝统计完前 x 名同学的成绩后， he 可以从 $1 \sim x$ 中选出任意 k 名同学的成绩，计算出这 k 个成绩的方差。小蓝至少要检查多少个人的成绩，才有可能选出 k 名同学，他们的方差小于一个给定的值 T ？

提示： k 个数 v_1, v_2, \dots, v_k 的方差 σ^2 定义为： $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (v_i - \bar{v})^2}{k}$ ，其中 \bar{v} 表示 v 的平均值， $\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^k v_i}{k}$ 。

【输入格式】

输入的第一行包含三个正整数 n, k, T ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

第二行包含 n 个正整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。如果不能满足条件，输出 -1 。

【样例输入】

```
5 3 1
3 2 5 2 3
```

【样例输出】

```
4
```

【样例说明】

检查完前三名同学的成绩后，只能选出 3, 2, 5，方差为 1.56；

检查完前四名同学的成绩后，可以选出 3, 2, 2，方差为 $0.33 < 1$ ，所以答案为 4。

【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例，保证 $1 \leq n, k \leq 10^2$ ；

对于 30% 的评测用例，保证 $1 \leq n, k \leq 10^3$ ；

对于所有评测用例，保证 $1 \leq n, k \leq 10^5$ ， $1 \leq T \leq 2^{31} - 1$ ， $1 \leq a_i \leq n$ 。

试题 F: 因数计数

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝随手写出了含有 n 个正整数的数组 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ，他发现可以轻松地算出有多少个有序二元组 (i, j) 满足 a_j 是 a_i 的一个因数。因此他定义一个整数对 (x_1, y_1) 是一个整数对 (x_2, y_2) 的“因数”当且仅当 x_1 和 y_1 分别是 x_2 和 y_2 的因数。他想知道有多少个有序四元组 (i, j, k, l) 满足 (a_i, a_j) 是 (a_k, a_l) 的因数，其中 i, j, k, l 互不相等。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 n 。

第二行包含 n 个正整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
5
3 6 2 2 7
```

【样例输出】

```
4
```

【样例说明】

四元组 $(1, 4, 2, 3)$ ： $(3, 2)$ 为 $(6, 2)$ 的因子；四元组 $(1, 3, 2, 4)$ ： $(3, 2)$ 为 $(6, 2)$ 的因子；四元组 $(4, 1, 3, 2)$ ： $(2, 3)$ 为 $(2, 6)$ 的因子；四元组 $(3, 1, 4, 2)$ ： $(2, 3)$ 为 $(2, 6)$ 的因子。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $n \leq 50$ ；

对于 40% 的评测用例， $n \leq 10^4$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^5$ ， $1 \leq a_i \leq 10^5$ 。

试题 G: 零食采购

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝准备去星际旅行，出发前想在本星系采购一些零食，星系内有 n 颗星球，由 $n - 1$ 条航路连接为连通图，第 i 颗星球卖第 c_i 种零食特产。小蓝想出了 q 个采购方案，第 i 个方案的起点为星球 s_i ，终点为星球 t_i ，对于每种采购方案，小蓝将从起点走最短的航路到终点，并且可以购买所有经过的星球上的零食（包括起点终点），请计算每种采购方案最多能买多少种不同的零食。

【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数 n, q ，用一个空格分隔。

第二行包含 n 个整数 c_1, c_2, \dots, c_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

接下来 $n - 1$ 行，第 i 行包含两个整数 u_i, v_i ，用一个空格分隔，表示一条航路将星球 u_i 与 v_i 相连。

接下来 q 行，第 i 行包含两个整数 s_i, t_i ，用一个空格分隔，表示一个采购方案。

【输出格式】

输出 q 行，每行包含一个整数，依次表示每个采购方案的答案。

【样例输入】

```
4 2
1 2 3 1
1 2
1 3
2 4
4 3
1 4
```

【样例输出】

3

2

【样例说明】

第一个方案路线为 {4, 2, 1, 3}，可以买到第 1, 2, 3 种零食；

第二个方案路线为 {1, 2, 4}，可以买到第 1, 2 种零食。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n, q \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n, q \leq 10^5$ ， $1 \leq c_i \leq 20$ ， $1 \leq u_i, v_i \leq n$ ， $1 \leq s_i, t_i \leq n$ 。

试题 H: 封印宝石

时间限制: 2.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

在一次探险中, 勇者小蓝发现了 n 颗闪烁着奇异光芒的宝石, 每颗宝石都蕴含着魔法能量, 分别记作 a_1, a_2, \dots, a_n 。小蓝计划用 n 个特制的魔法盒子来封印这些宝石, 防止其魔法能量被滥用。

封印宝石会消耗小蓝的体力, 具体地, 将第 i 颗宝石放入第 j 个盒子会消耗小蓝 $i - j$ 点体力 (注: 需满足 $j \leq i$ 才能将第 i 颗宝石放入第 j 个盒子进行有效的封印)。小蓝也可以选择将魔法盒留空, 以保存体力供后续使用。

此外, 为了避免魔力相冲, 每个盒子最多存放一颗宝石 (每个宝石也只能放进一个盒子), 且任意两个相邻盒子不能存放魔力值相同的宝石, 相邻的盒子允许同时为空。

小蓝初始的体力值为 k 。在不超出体力限制的条件下, 小蓝希望找出一种宝石的放置方法, 使得宝石的魔力值在这 n 个盒子中的排列顺序具有最大的字典序 (注: 未放置宝石的盒子在此序列中记为 -1)。

作为勇者小蓝的追随者, 请你帮他找出这一放置宝石的方法。

字典序的解释: 在本题中, 字典序的大小是按照宝石的魔力值进行比较的。对于两个长度同为 L 的魔力值序列 a 和 b , 如果存在一个位置 i , 使得 $a_j = b_j$ 对所有 $1 \leq j < i$ 成立, 但是 $a_i < b_i$, 则序列 a 在字典序上小于序列 b 。反之, 如果 $a_i > b_i$, 则序列 a 在字典序上大于序列 b 。如果不存在这样的 i , 则序列 a 和序列 b 的字典序相等。

【输入格式】

输入的第一行包含两个整数 n 和 k , 用一个空格分隔, 分别表示宝石的数量和小蓝的初始体力值。

第二行包含 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n , 相邻整数之间使用一个空格分隔, 分别表示每颗宝石的魔法能量值。

【输出格式】

输出一行包含 n 个整数，相邻整数之间使用一个空格分隔，表示每个魔法盒中宝石的魔法能量值。如果某个魔法盒为空，则对应位置输出 -1 。

【样例输入】

```
3 3
1 3 2
```

【样例输出】

```
3 2 -1
```

【样例说明】

在开始放置宝石之前，体力为 3，宝石在盒子中的排列为 $[-1, -1, -1]$ 。

1. 将第 2 个宝石放进第 1 个盒子，得到 $[3, -1, -1]$ ，体力剩余 2。

2. 将第 3 个宝石放进第 2 个盒子，得到 $[3, 2, -1]$ ，体力剩余 1。

最后宝石在盒子中的排列为 $[3, 2, -1]$ 。显然，没有比这更优的放置方法。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n \leq 5 \times 10^3$ ， $0 \leq k \leq 3 \times 10^6$ ， $1 \leq a_i \leq 10^5$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^5$ ， $0 \leq k \leq 10^9$ ， $1 \leq a_i \leq 10^9$ 。